

## WORAUF ES BEI PROZESSFÄHIGKEITSINDIZES ANKOMMT

# Verwirrende Fähigkeiten

Eckeardt Spenhoff, Holzwickede

Die Fachliteratur, der VDA und die DGQ beschreiben die Anwendung von Prozessfähigkeitsindizes nicht einheitlich. Im Dschungel von Definitionen und Interpretationen hat selbst der Fachmann seine liebe Not, Klarheit für sein Unternehmen zu gewinnen. Bei 3M ist die Anwendung von C- und P-Indizes seit der Orientierung an Six Sigma eindeutig.

Die Einordnung und Anwendung der verschiedenen Prozessfähigkeitsindizes (PFI) ist in der Literatur nicht einheitlich. So definierten der VDA und die DGQ den  $P_p$  und  $P_{pk}$  als kurzfristigen Index in der Vorserienphase und den  $C_p$  und  $C_{pk}$  als Langzeitindex. Andere Quellen behaupten das Gegenteil [3]. Auch die Nutzung der Maschinenfähigkeitsindizes  $C_m$  und  $C_{mk}$  werden von der DGQ und dem VDA empfohlen, obwohl klar sein sollte, dass  $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $P_p$  und  $P_{pk}$  diese Indizes vollständig ersetzen. Die englischsprachige Literatur bezeichnet die C-Indizes als within indices oder short term indices. P-Indizes werden als overall indices oder long term indices geführt. Die Automobilindustrie weicht von diesen Definitionen ab (AIAG, Quality Systems Requirements, 1995).

Mit der Einführung von Qualitätsregelkarten zu Anfang der dreißiger Jahre des vorherigen Jahrhunderts existierte der Wunsch nach einer Kenngröße, welche die Fähigkeit eines Prozesses beschreibt, um Kundenforderungen zu erfüllen. Zur Konstruktion von Qualitätsregelkarten wurden mindestens 100

Werte empfohlen. Diese waren aufzuteilen in Teilstichproben, etwa 20 Stichproben mit dem Teilstichprobenumfang 5. Die Teilstichproben sollten dann entsprechend den in der Fertigung vorgesehenen Prüfintervallen entnommen werden. Dabei waren die Teile des Teilstichprobenumfangs hintereinander zu entnehmen. Dies wurde gefordert, damit die inhärente Streuung des Prozesses ermittelt werden konnte. Es sollten nur Streuungen erfasst werden, die auf kleine und zufällige Abweichungen von nicht regelbaren Einflussgrößen verursacht wurden (common causes genannt). Etwaige Trends und Lageveränderungen (special causes genannt) hätten sonst die Streuung vergrößert und zu falschen Eingriffsgrenzen geführt. Abweichungen von der mittleren Lage sollten, wenn sie nicht zufallsbedingt waren, geregelt werden. Ziel war es, stabile und beherrschte Prozesse zu erhalten, weil nur solche Prozesse auch fähig sein konnten. Man sollte aber wissen, selbst wenn der Prozess gut regelbar ist, dauert es im Mittel vier bis fünf Prüfungen (gilt für x-s-Karte mit  $n_i = 3\text{-}\sigma$ -Grenzen), bevor eine La-

**Problematische Prozessfähigkeitsindizes**

Wer mit der Prozessfähigkeit rechnet, kann auf die Regelkarte nicht verzichten. Er sollte aber bedenken, dass:

- die meisten Prozesse nicht stabil und beherrschbar sind,
- viele Prozesse äußerst komplex sind,
- man bei allgemeinen Geschäftsprozessen oft nur 12 Werte pro Jahr erhält,
- Zielwerte aufgrund mangelnder Messtechnik und zeitlicher Effekte nur bedingt exakt einstellbar sind,
- die Prozessfähigkeit, Kundenforderungen zu erfüllen, gemessen und beurteilt werden muss,
- nur die Six Sigma Methodik, durch die Verwendung von  $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $P_p$  und  $P_{pk}$ , eine angemessene Beurteilung zulässt.

**Literatur**

- 1 Geiger, W.; Kotte, W.: Handbuch Qualität. Grundlagen und Elemente des Qualitätsmanagements. Vieweg Verlag, Wiesbaden 2005
- 2 Box, G.; Luceno, A.: Quality Quandaries – Six Sigma. University of Wisconsin, Madison, 1999
- 3 Bower, K. M.:  $C_{pk}$  versus  $P_{pk}$ . ASQ Six Sigma Forum, 2005
- 4 Küster Holding GmbH: Qualitätsrichtlinien für Lieferanten, 2003
- 5 Knorr-Bremse : Qualitätsmanagement-Programm für die Beschaffung, 2001
- 6 VDA-Band 4, Sicherung der Qualität vor Serieneinsatz, 2005
- 7 Rinne, H.; Mittag, H.-J.: Prozessfähigkeitsmessung. Carl Hanser Verlag, München 1999

**Autor**

**Eckehardt Spenhoff**, geb. 1948, ist bei der 3M Laboratories (Europe) GmbH als Senior Specialist zuständig für die Beratung der Entwicklungs- und Prozessingenieure und Six Sigma Coach der 3M Deutschland GmbH in Neuss.

**Kontakt**

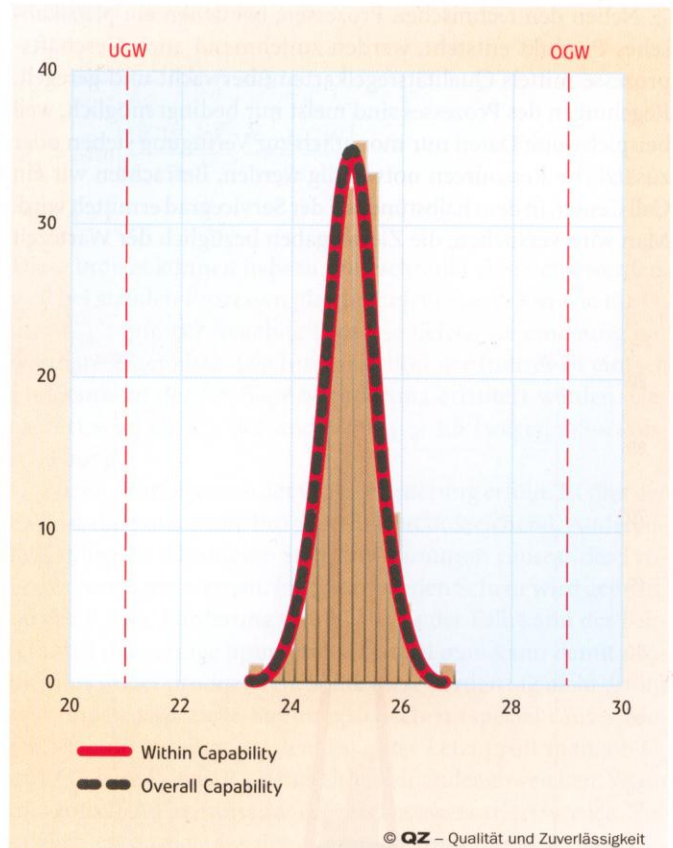
**Eckehardt Spenhoff**  
 T 0 21 31/14 32 73  
 espenhoff@mmm.com

QM-Infocenter.de ▶ QZ102328

geabweichung von einer Standardabweichung erkannt wird. Das heißt, ein Prozess, der über einen längeren Zeitraum beobachtet wurde, muss durchaus nicht stabil sein, auch wenn die Qualitätsregelkarte dies nicht zeigt.

**Prozessfähigkeit messen – mehr als nur Qualität regeln**

Mit Beginn der achtziger Jahre wurden dann die verschiedensten Prozessfähigkeitsindizes entwickelt. Heute weiß man, dass der Wunsch nach absolut stabilen Prozessen ein frommer ist. Manche Chargenprozesse weisen innerhalb einer Charge geringe Streuungen zwischen den Chargen aber große Abweichun-



**Bild 1.** Ein stabiler, beherrschter und fähiger Prozess zeichnet sich durch eine Häufung guter Stichproben in der Mitte zwischen oberem (OGW) und unterem Grenzwert (UGW) aus

gen auf. Viele Prozessanalysen und die Erfahrung zeigen, dass nur wenige Prozesse als stabil anzusehen sind [2]. Die einfache Regelung vieler Prozesse wird durch ihre Komplexität deutlich erschwert. Dies geht einher mit dem Gebrauch komplexer Messmethoden, etwa Schälkraft- oder Reißfestigkeitsmessungen, deren Präzision zu wünschen übrig lässt. Dies führt dazu, dass auch gut geregelte Prozesse nicht stabil sein können. Wenn zum Beispiel eine reflektierende Folie produziert wird, sind viele vernetzte Arbeitsvorgänge notwendig. Reflexion, Farbe, Dehnung, Reißfestigkeit etc. können erst nach Fertigstellung einer Charge geprüft werden. Regelungsmaßnahmen würden erst bei der nächsten Charge wirksam, ohne dass man weiß, welche Eigenschaften die nächste Charge hat. Änderungen der Einflussgrößen (Prozesseinstellungen) wirken sich zudem auf die Zielgrößen (Produkteigenschaften) unterschiedlich aus. Ähnlich komplizierte Prozesse findet man branchenübergreifend, etwa in der Roheisengewinnung, der Stromerzeugung, der Autoreifen- oder Papierherstellung. Diese Schwierigkeiten haben unter anderem dazu geführt, dass mit Hilfe statistischer Versuchsplanung, auch Design of Experiment (DoE), die Prozesse heute optimal eingestellt werden können. Die Einflussgrößen werden mittels Qualitätsregelkarten oder Regelungsanlagen gesteuert, während Produkteigenschaften nur überwacht werden. Sollten die Produkteigenschaften sich verändern, regelt man nicht mittels Einflussgrößen, da diese optimal eingestellt sind. Man sucht vielmehr die Ursache für eine Abweichung und eliminiert sie. Dies ist aber keine Regelung im engeren Sinn, weil Fehlerursachen nur selten kurzfristig beseitigt werden können. ▶

Neben den technischen Prozessen, bei denen ein physikalisches Produkt entsteht, werden zunehmend auch Geschäftsprozesse mittels Qualitätsregelkarten überwacht und geregelt. Regelungen des Prozesses sind meist nur bedingt möglich, weil beispielsweise Daten nur monatlich zur Verfügung stehen oder zusätzliche Ressourcen notwendig werden. Betrachten wir ein Call Center, in dem halbstündlich der Servicegrad ermittelt wird. Man wird versuchen, die Zielvorgaben bezüglich der Wartezeit

xis sind dies 98 % bis 100 %. Deshalb wird dieses Intervall auch als die natürliche Prozessstreuung bezeichnet. Die Kundenforderung drückt sich aus in der Toleranz. Das Verhältnis dieser Kenngrößen ist die Basis der Fähigkeitsindizes:

$$\text{Fähigkeit} = \frac{\text{Toleranz}}{\text{natürliche Streuung}}$$

**C<sub>m</sub> und C<sub>mk</sub>**

Die Maschinenfähigkeitsindizes messen den Prozess unter bestimmten Bedingungen. Es wird ein Stichprobenumfang von 50 hintereinander gefertigten Teilen entnommen und Mittelwert und Standardabweichung wie folgt berechnet:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

Daraus ergeben sich die Indizes wie folgt:

$$C_m = \frac{OGW - UGW}{6s}$$

$$C_{mk} = \text{Min} \left[ \frac{OGW - \bar{X}}{3s}, \frac{\bar{X} - UGW}{3s} \right]$$

Diese Indizes werden aufgrund der Entnahmeregeln als Kurzzeitfähigkeitsindizes definiert. Wenn man die Frage stellt, ob 50 hintereinander entnommene Proben eine kurze Zeit sind, so lässt sich dies nicht eindeutig beantworten. Bei Chargen eines chemischen Rohstoffs kann es Monate oder Jahre dauern, bis man 50 Proben gewonnen hat. Bei Teilen, die millionenfach gefertigt werden, geht dies in kurzer Zeit. Was eine kurze oder lange Zeit ist, entscheidet der Prozess [1]. Ist der Prozess stabil und beherrscht, sind

$$C_m \approx C_p \approx P_p$$

$$C_{mk} \approx C_{pk} \approx P_{pk}$$

Wenn aber der Prozess Veränderungen der Lage aufweist, dann ergibt sich

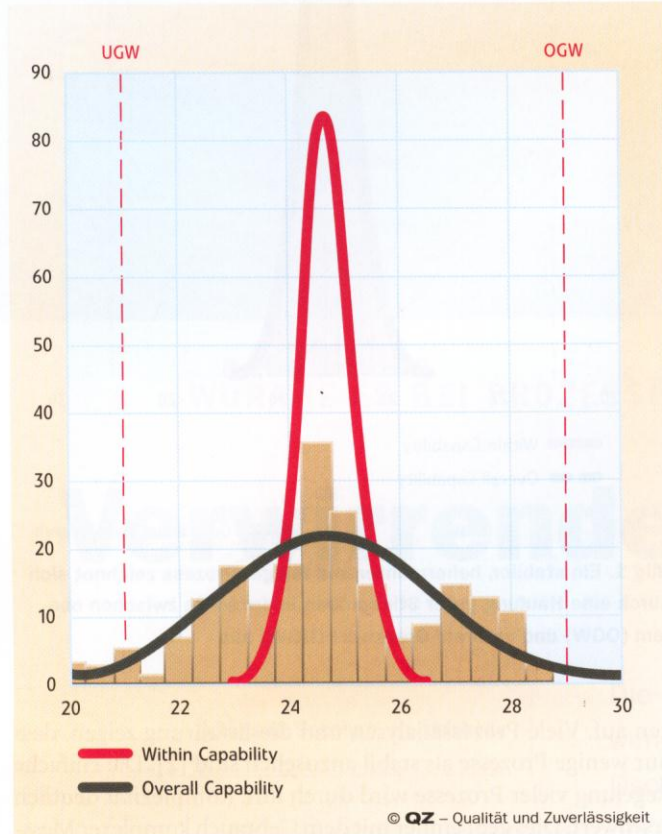
$$C_m \approx P_p; C_m < C_p$$

$$C_{mk} \approx P_{pk}; C_{mk} < C_{pk}$$

An den Relationen wird klar, dass die Maschinenfähigkeitsindizes bei Verwendung von P-Indizes überflüssig sind und keinerlei zusätzlichen Nutzen bringen, sondern nur Verwirrung stiften, weil die Berechnung sich durch nichts von den P-Indizes unterscheidet.

**C<sub>p</sub> und C<sub>pk</sub>**

Die Prozessfähigkeitsindizes werden unter definierten Bedingungen ermittelt. Die Basis der Berechnung bilden Teilstichproben mit Umfängen von n = 1 bis n = 30. Der Prozess sollte sich während der Stichprobenentnahme nicht verändern. Die Berechnung dieser Indizes erfolgt über die Gesamtdauer des Prozesses. Deswegen geht die Nomenklatur in der Fachliteratur auseinander: Die einen nennen ihn Kurzzeitfähigkeitsindex [3] und andere Langzeitfähigkeitsindex [6], weil er kontinuierlich über den gesamten Prozess ermittelt wird. Tatsächlich zeigen diese Indizes nur Momentaufnahmen des Prozesses, also Indizes auf der Basis von Kurzzeitstreuungen:



**Bild 2.** Ein instabiler und unfähiger Prozess ist an der Überschreitung von unterem und oberem Grenzwert zu erkennen. Auch weichen mögliche (within capability) und tatsächliche Prozessfähigkeit (overall capability) stark voneinander ab

und verlorener Anrufe möglichst einzuhalten, weil im Fall von zu guten Ergebnissen unwirtschaftlich gearbeitet wird und im Fall schlechter Ergebnisse Kunden unzufrieden werden. Fast ausschließlich wird dies durch die Anzahl der Agenten geregelt. Bei plötzlich auftretenden Problemen wird man nicht sofort neue Mitarbeiter einstellen, sondern erst, wenn sich der neue Bedarf etabliert. Auf zeitliche Verschiebungen der Schwerpunkte kann man in der Regel kurzfristig reagieren. Das Ergebnis eines solchen Prozesses kann nur bedingt stabil sein. Trotzdem ist der Einsatz der Regelkarte unerlässlich, wenn man auf Dauer sein Ziel erreichen möchte.

**Fähigkeitsindizes**

Qualitätsregelkarten zeigen und bewerten zwar einen Prozess, doch die Kundenforderungen spielen keine Rolle. Will man zwei unabhängige Variablen miteinander verbinden, wird eine Verhältniszahl spezifiziert. Dazu folgende Überlegung: Das Intervall  $\mu \pm \sigma$  umfasst modellmäßig 99,73 % aller Werte, für die Pra-

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \frac{1}{k \cdot n_i} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}$$

$$s_{\text{imm}} = \sqrt{\frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2} \quad \text{mit} \quad \bar{X}_i = \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}$$

Sollte der Teilstichprobenumfang  $n = 1$  sein, dann wird die Standardabweichung mittels der gleitenden Spannweite (moving range) berechnet:

$$s_{MR} = \frac{1}{d_2(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} |X_i - X_{i+1}|$$

Die zeitliche Reihenfolge der Daten darf bei der Berechnung mittels gleitender Spannweite nicht manipuliert werden, weil sonst nur irreguläre Standardabweichungen berechnet werden. Die Indizes werden wie folgt berechnet:

$$C_p = \frac{OGW - UGW}{6s}$$

$$C_{pk} = \text{Min} \left| \frac{OGW - \bar{X}}{3s}, \frac{\bar{X} - UGW}{3s} \right|$$

mit  $s = s_{\text{imm}} = s_{MR}$

Die Berechnung dieser Indizes fordert stabile und beherrschte Prozesse, weil sonst irreguläre Ergebnisse entstehen.

Die Problematik ist klar, die Indizes können sinnvoll nur angewendet werden, wenn der Prozess stabil ist [7]. Denn sie sind Kurzzeitfähigkeitsindizes und nur brauchbar, wenn auch langfristig die Kurzzeitbedingungen gelten. Die meisten Prozesse sind nicht vollständig stabil. Motorola hat dies durch die 1,5- $\sigma$ -Verschiebung berücksichtigt, weil ein unbeherrschter Prozess durchaus die Qualitätsforderungen der Kunden erfüllen kann und ein stabiler beherrschter Prozess durchaus die Kundenforderung nicht erfüllen kann [2].

**P<sub>p</sub> und P<sub>pk</sub>**

Diese Performance-Indizes sind fester Bestandteil der Six-Sigma-Methodik und werden anhand der gleichen Daten, wie C<sub>p</sub> und C<sub>pk</sub> berechnet. Doch es gibt Ausnahmen: DGQ [6] und VDA [7] definieren diese Indizes als kurzfristige Indizes vor dem Serienstart des Prozesses. Dahinter steht folgende Überlegung: Vor dem Serienstart kann ein Prozess noch instabil und unbeherrscht sein, und danach muss er dann stabil und beherrscht sein. Sicherlich ist dies ein erstrebenswertes Ziel. Allerdings entbehrt es für viele Prozesse jeglicher Realität, wie schon gezeigt [2]:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \frac{1}{k \cdot n_i} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}$$

$$s_{\text{gesamt}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X})^2}$$

Die nun berechnete Streuung berücksichtigt alle Effekte, kurzfristige und langfristige, und kann deshalb auch als Langzeitstreuung angesehen werden. Der Zusammenhang zwischen den Streuungen der Indizes ist einfach zu formulieren:

$$s_{\text{gesamt}}^2 = s_{\text{imm}}^2 + s_{\text{zweis}}^2$$

Die Indizes P<sub>p</sub> und P<sub>pk</sub> messen auch die Abstände zwischen den Stichproben und sind so in der Lage, auf Abweichungen vom

Mittelwert zu reagieren:

$$P_p = \frac{OGW - UGW}{6s}$$

$$P_{pk} = \text{Min} \left| \frac{OGW - \bar{X}}{3s}, \frac{\bar{X} - UGW}{3s} \right|$$

mit  $s = s_{\text{gesamt}}$

Diese Indizes können nahezu unbeschränkt eingesetzt werden, weil bei stabilen Prozessen gleiche Ergebnisse gelten wie für C<sub>p</sub> und C<sub>pk</sub>, und für instabile Prozesse liefern sie eindeutig bewertbare Ergebnisse. Die Interpretation der Indizes ist einfach und kann an der Six-Sigma-Forderung erläutert werden. Gefordert wird ein C<sub>p</sub> ≥ 2 und ein P<sub>pk</sub> ≥ 1,5 (wegen 1,5- $\sigma$ -Verschiebung).

Zuerst prüft man, ob der C<sub>p</sub> die Forderung erfüllt. Ist dies der Fall, ist die potenzielle Prozessfähigkeit ausreichend. Anderenfalls muss die allgemeine Streuung (common causes) des Prozesses verringert werden. In einem zweiten Schritt wird geprüft, ob der P<sub>pk</sub> die Forderung erfüllt. Ist das der Fall, kann der Fehleranteil nur wenige ppm groß sein, und man kann damit problemlos weiter produzieren. Sollte diese Forderung nicht erfüllt sein, müssen spezielle Streuungsursachen (special causes) detektiert und beseitigt werden. Zu guter Letzt prüft man, ob C<sub>p</sub> und C<sub>pk</sub> bzw. P<sub>p</sub> und P<sub>pk</sub> deutlich voneinander abweichen. Wenn dies zutreffend ist, muss der Prozess besser zentriert werden. Zusätzlich ergibt sich aus dem Vergleich von C<sub>p</sub> und P<sub>p</sub> bzw. C<sub>pk</sub> und P<sub>pk</sub>, ob ein stabiler Prozess (P<sub>p</sub> ~ C<sub>p</sub>; P<sub>pk</sub> ~ C<sub>pk</sub>) oder ein instabiler Prozess (P<sub>p</sub> < C<sub>p</sub>; P<sub>pk</sub> < C<sub>pk</sub>) vorliegt (Bilder 1 und 2).

**Stabile Prozesse erfordern gleiche Grenzwerte**

Es macht nur bedingt Sinn, den erforderlichen Gesamtstichprobenumfang für den Gebrauch von Regelkarten und Fähigkeitsberechnungen festzulegen. Hier muss anwendungsbezogen reagiert werden. Die zur Ermittlung von C<sub>p</sub> und C<sub>pk</sub> genutzte Streuung ist eine Kurzzeitstreuung. Demzufolge sollten C<sub>p</sub> und C<sub>pk</sub> nicht als Langzeitindizes definiert werden. Die Streuung für die Berechnung von P<sub>p</sub> und P<sub>pk</sub> erfasst Langzeiteffekte und deshalb sollten P<sub>p</sub> und P<sub>pk</sub> als Langzeitindizes verstanden werden [3]. Zur Prozessbeurteilung sind immer alle vier Indizes C<sub>p</sub>, C<sub>pk</sub>, P<sub>p</sub> und P<sub>pk</sub> erforderlich. Ein Abnehmer, welcher einen stabilen Prozess fordert, muss gleiche Grenzwerte für C<sub>pk</sub> und P<sub>pk</sub> vorgeben. Sollen Mittelwertschwankungen berücksichtigt werden, ist eine Definition wie bei Six Sigma sinnvoll. Nie sollten, wie in der deutschen Automobilindustrie [4, 5] üblich, aber die Forderungen an den P<sub>p</sub> und P<sub>pk</sub> größer sein als die Forderungen für den C<sub>p</sub> und C<sub>pk</sub>. □

**MSO Master**

**Maßnahmen-Management**

**Universaltool für**  
**Audit-, Fehler-,**  
**Reklamations-, KVP-,**  
**Schulungs-**  
**datenbanken**  
 - Access - SQL -  
 Oracle -  
 Demo-Download  
[www.mso.de](http://www.mso.de)